

## Determinanti dell'avversione al rischio degli investitori: riscontri giornalieri dal mercato azionario tedesco<sup>1</sup>

I prezzi azionari oscillano al variare non solo delle prospettive di profitto delle imprese, ma anche dell'avversione al rischio degli investitori. Questa origina il premio di rischio, ossia la remunerazione aggiuntiva attesa che gli investitori richiedono a compensazione del rischio connesso con la detenzione di titoli azionari. I prezzi delle opzioni rappresentano una preziosa fonte di informazione per la stima dei premi di rischio. Il modo in cui i prezzi base dei contratti di opzione distinguono i risultati relativamente favorevoli agli investitori da quelli relativamente sfavorevoli consente di stimare l'avversione al rischio in base alla dinamica dei prezzi delle opzioni osservata. La stima viene effettuata raffrontando ciò che è implicito in tali prezzi con le probabilità dei vari risultati da un punto di vista puramente statistico.

Scopo di questo saggio monografico è quello di spiegare i movimenti giornalieri nell'avversione al rischio sul mercato azionario tedesco desumibili dai prezzi delle opzioni<sup>2</sup>. Abbiamo incentrato l'analisi sul principale indice della borsa di Francoforte, il Dax, che raggruppa le quotazioni dei titoli azionari di 30 importanti società tedesche, prendendo in esame i dati giornalieri dei prezzi delle opzioni su tale indice fra il dicembre 1995 e il maggio 2002. Per interpretare le variazioni della nostra misura dell'avversione al rischio abbiamo considerato indicatori delle aspettative su crescita economica, volatilità di mercato, premi al rischio di credito e annunci negativi. Dallo studio emerge che gli investitori sul mercato azionario tedesco paiono essere divenuti sempre più avversi al rischio a partire dal 1998. Inoltre, abbiamo rilevato che i movimenti nei prezzi azionari USA producono un forte impatto su questa avversione al rischio.

Il nostro saggio si prefigge di integrare quello di Tarashev et al. (pubblicato in questa edizione della *Rassegna trimestrale*) sotto tre aspetti. Primo, la

---

<sup>1</sup> Questo studio, redatto in gran parte durante la permanenza dell'autore presso la BRI, esprime opinioni dell'autore stesso, che non rispecchiano necessariamente quelle della BRI o della Oesterreichische Nationalbank. Si desidera ringraziare Ernst Glatzer per l'eccellente supporto analitico.

<sup>2</sup> Anche Beber e Brandt (2003), Rosenberg ed Engle (2002), Ait-Sahalia et al. (2001) nonché Jackwerth (2000) hanno analizzato misure dell'avversione al rischio.

nostra analisi dell'avversione al rischio si basa su dati ad alta frequenza (giornaliera, rispetto a quella mensile usata da Tarashev et al.). Secondo, è leggermente diverso il modo in cui viene misurata l'avversione – in particolare per ciò che attiene alla stima delle probabilità statistiche –, il che consente di comparare due misure diverse e, potenzialmente, di avvalorare la fondatezza di quelle basate sulle opzioni. Terzo, il nostro studio allarga in certa misura il campo di azione, cercando di individuare i fattori che potrebbero spiegare i mutamenti dell'avversione al rischio che si verificano da un giorno all'altro.

## Stime di due distribuzioni

### *Misure dell'avversione al rischio*

Procediamo a misurare l'avversione al rischio raffrontando due stime della funzione di densità ("probability density function" – PDF) per i corsi azionari futuri. Una stima viene desunta dai prezzi delle opzioni, l'altra dai movimenti effettivi dei prezzi delle azioni. L'avversione al rischio può essere considerata come la differenza fra queste due stime. Le componenti della nostra metodologia sono illustrate nel grafico 1, dove la linea verde rappresenta la distribuzione ricavata dai prezzi delle opzioni, mentre quella rossa è la distribuzione stimata dalle variazioni effettive delle quotazioni azionarie. Nel riquadro seguente vengono illustrati in dettaglio i metodi di stima.

Quando i trader stabiliscono i prezzi delle opzioni, essi applicano in effetti delle probabilità, ponderate con pesi costruiti in base alle loro preferenze, ai diversi possibili prezzi delle attività fino alla data di scadenza dello strumento derivato. In altri termini, il prezzo dell'opzione osservato incorpora la percezione del trader circa i futuri movimenti di prezzo dell'attività sottostante, unitamente al suo grado di avversione al rischio, che può variare nel corso del tempo<sup>3</sup>. Dalle serie storiche dei rendimenti effettivi stimiamo invece la PDF statistica, rappresentata dalla linea rossa del grafico 1. Si tratta di una stima puramente statistica, che non contiene pertanto informazioni sull'avversione al rischio. Nel raffrontare le due PDF ci concentriamo sulla probabilità di cali nei prezzi azionari. Da entrambe le stime delle PDF ricaviamo la probabilità di un ribasso del Dax di almeno il 10% rispetto al valore a termine dell'indice nell'arco di 49 giorni. Queste probabilità corrispondono alle due aree ombreggiate nella parte sinistra del grafico.

Se i trader prestano una maggiore attenzione agli eventi che possono ripercuotersi negativamente sulla loro ricchezza, la probabilità di cali futuri ponderata in base alle preferenze differisce dalla probabilità statistica per una misura che rispecchia l'avversione al rischio. In ipotesi di neutralità al rischio, invece, i trader non applicano alcun premio e le due probabilità sono identiche. In realtà, si osserva che gli operatori tendono ad assegnare pesi più alti agli indicatori economici in periodi di bassa ricchezza, come durante le fasi recessive. Questo comportamento da parte degli investitori è definito

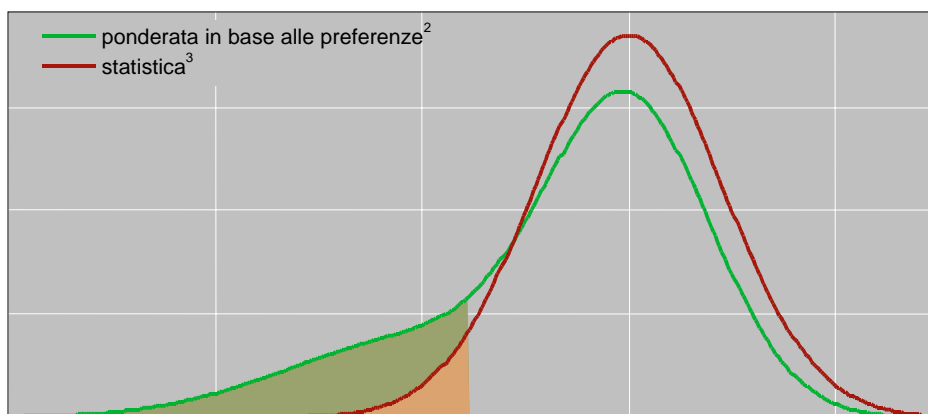
L'avversione al rischio genera una differenza fra le probabilità statistiche ...

... e quelle che rispecchiano le preferenze degli investitori

---

<sup>3</sup> Jackwerth (1999) effettua un'indagine sulla stima della PDF dai prezzi delle opzioni.

## Due funzioni di densità della probabilità<sup>1</sup>



<sup>1</sup> Le ombreggiature verde e rossa rappresentano rispettivamente la probabilità ponderata in base alle preferenze e la probabilità statistica di un calo dell'indice Dax pari ad almeno il 10%. <sup>2</sup> Questa funzione incorpora l'avversione al rischio da parte degli investitori, ed è perciò definita "densità in ipotesi di neutralità al rischio". <sup>3</sup> Questa funzione rispecchia la distribuzione dei rendimenti effettivi.

Fonte: elaborazioni BRI.

Grafico 1

"avversione al rischio", e comporta l'applicazione di premi significativi proprio per compensare l'assunzione di quest'onere. Di conseguenza, è presumibile che i trader agiscano come se la probabilità di un futuro calo dei prezzi azionari fosse più elevata di quanto i dati storici farebbero ritenere necessario. Questa probabilità aggiuntiva, che tentiamo di cogliere in modo empirico e che è illustrata dalla differenza fra le aree ombreggiate delle due PDF ipotetiche nel grafico 1, coincide esattamente con lo scarto fra la PDF ponderata per le preferenze e la PDF statistica.

Nella letteratura accademica, il concetto di PDF ponderata in base alle preferenze è equivalente a quello di PDF con rischio neutro. In ipotesi di neutralità al rischio le probabilità ponderate incorporano l'avversione al rischio in modo tale per cui quelle fra di loro che sono assegnate a risultati indesiderabili superano le corrispondenti probabilità statistiche. La probabilità ponderata in base alle preferenze è costruita così che se viene utilizzata per desumere i valori attesi, si ottiene il prezzo di mercato effettivo dell'attività in questione.

### *Risultati delle stime*

Per l'ultima data considerata nella nostra analisi, nel maggio dello scorso anno, il raffronto tra le due stime della PDF fornisce un'indicazione dell'avversione al rischio. La probabilità di un calo del Dax di almeno il 10% rispetto alla media ammonta al 10,7% secondo la distribuzione ponderata e al 7,7% secondo quella statistica. Questa differenza del 3% fra le due probabilità è dovuta principalmente alla maggiore lunghezza della coda della PDF dedotta dalle opzioni. Gli operatori del mercato opzionario hanno perciò agito come se la probabilità di forti cali futuri dell'indice Dax fosse più alta di quanto suggerito dall'esperienza storica. Ad esempio, la probabilità di una flessione da 4 800 a

L'avversione al rischio spiega una differenza del 3% fra le due probabilità

3 500 punti dell'indice Dax è prossima allo zero secondo la distribuzione statistica, mentre essa risulta significativa secondo la distribuzione ponderata in base alle preferenze.

## Metodologia utilizzata per le stime

### *Specificazione della PDF ponderata in base alle preferenze*

La stima della PDF ponderata con pesi costruiti in base alle preferenze si fonda sui prezzi giornalieri di futures e opzioni put e call sull'indice Dax dal dicembre 1995 al maggio 2002<sup>①</sup>. Le opzioni vengono negoziate presso l'Eurex tramite un sistema elettronico. Le scadenze originarie delle opzioni considerate nel nostro esempio sono di uno e due mesi.

Al fine di eliminare dalle nostre stime gli effetti della durata residua alla scadenza, dobbiamo calcolare la PDF ponderata riferita a un orizzonte costante. Se non tenessimo conto dell'effetto connesso con il calo tendenziale della durata delle opzioni, i parametri potrebbero variare solo in virtù dell'approssimarsi della data di scadenza. In particolare, la volatilità diminuisce a ogni incremento temporale mentre si riduce l'incertezza circa il prezzo che avrà l'attività il giorno della scadenza del contratto. Per costruire PDF ponderate che non incorporino questi effetti spuri, ricorriamo a un'interpolazione sulla volatilità implicita<sup>②</sup>, e in particolare fra i contratti con scadenza a un mese e a due mesi, così da ottenere un orizzonte costante di 49 giorni di calendario<sup>③</sup>. La proxy utilizzata per il tasso a rischio nullo è la serie dei tassi interbancari.

La nostra parametrizzazione della PDF dedotta dalle opzioni è una combinazione di modelli lognormali<sup>④</sup>. Questa specificazione flessibile può dar luogo a una varietà di profili nelle curve della PDF ponderata in base alle preferenze. La combinazione di due distribuzioni lognormali si fonda su due regimi. In ciascuno di essi, il prezzo dell'azione si dispone secondo una distribuzione lognormale con media e varianza diverse. La stima dei parametri viene ottenuta usando stimatori dei minimi quadrati non lineari<sup>⑤</sup>.

### *Specificazione della PDF statistica*

Definiamo la PDF statistica dei rendimenti come un modello GARCH asimmetrico con media costante e distribuzione normale condizionata. Si tratta di una specificazione che viene applicata di frequente in letteratura. La scelta del modello GARCH è motivata dal semplice fatto che la volatilità dei rendimenti azionari si muove in maniera prevedibile nel corso del tempo. Nel nostro modello, la volatilità condizionata al giorno (t) dipende dalla volatilità al giorno (t-1), da un termine che rappresenta la relazione asimmetrica fra volatilità e rendimenti azionari, nonché dal quadrato dei rendimenti al giorno (t-1).

Il nostro database per la PDF statistica è formato dai valori giornalieri di chiusura dell'indice Dax nel periodo dicembre 1993–maggio 2002. La letteratura fornisce due metodi per costruire il campione, vale a dire un arco temporale dei rendimenti azionari di tipo incrementale o di tipo mobile. Mentre Tarashev et al. (cfr. questa edizione della *Rassegna trimestrale*) utilizzano il primo, noi abbiamo preferito stime GARCH mobili su 500 osservazioni. Dopo ogni stima calcoliamo le previsioni di volatilità per i 49 giorni successivi. Spostiamo quindi il campione di una osservazione, effettuiamo una nuova stima e una nuova previsione. Dato che consideriamo un orizzonte piuttosto lungo, nella fattispecie quasi due mesi, ipotizziamo che la distribuzione su 49 giorni possa essere approssimata da una PDF normale condizionata. Perciò, la stima della PDF statistica richiede la previsione della volatilità unicamente come input. Una volta ottenuta la distribuzione condizionata su 49 giorni, procediamo a calcolare la probabilità di un calo del Dax di almeno il 10% nell'arco delle sette settimane rispetto al valore a termine dell'indice dalla coda della PDF statistica.

---

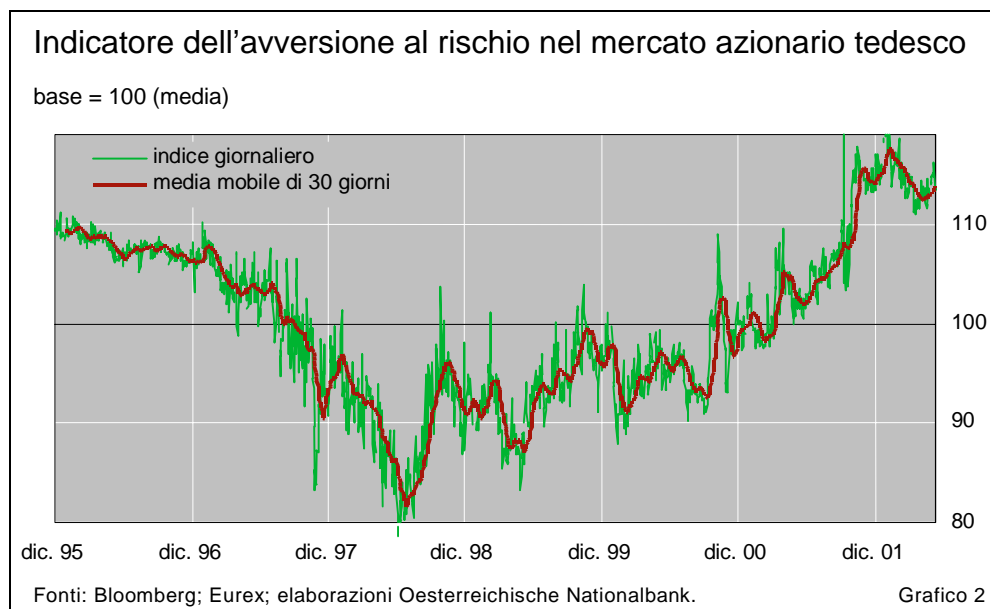
<sup>①</sup> Le opzioni Dax sono specificate come opzioni europee, e quindi non è necessario considerare l'eventualità dell'esercizio anticipato del diritto di opzione. <sup>②</sup> Per maggiori dettagli sulle stime e le procedure di filtraggio utilizzate, cfr. Glatzer e Scheicher (2003). <sup>③</sup> A titolo di raffronto, abbiamo stimato anche PDF con orizzonti di 42 e 56 giorni. I risultati restano invariati. <sup>④</sup> Questa specificazione della PDF implicita nelle opzioni è stata introdotta da Melick e Thomas (1997). <sup>⑤</sup> In Engle (2001) è contenuta una sintetica introduzione ai modelli GARCH.

L'avversione al rischio è aumentata dall'estate 1998

Le serie storiche della nostra misura dell'avversione al rischio nel grafico 2 mostrano una tendenza crescente dall'estate 1998. Da un esame del grafico si evince inoltre che il movimento al ribasso del mercato azionario tedesco dalla prima metà del 2000 ha coinciso con un incremento dell'avversione al rischio da noi stimata. Va rilevato che vi è una differenza fra la nostra misura e quella di Tarashev et al., specie verso la fine del 1997, quando i loro dati mettono in luce un brusco aumento dell'avversione al rischio. La differenza indica che la stima delle misure per l'avversione al rischio è sensibile alla scelta della procedura empirica. In particolare, è il modo in cui viene costruito il campione per la stima della PDF statistica a influenzare l'avversione al rischio che ne risulta<sup>4</sup>.

La variabilità della misura è indicativa di sostanziali cambiamenti nella dinamica giornaliera dell'avversione al rischio. In sintesi, la curva parte nel gennaio 1996 a un livello superiore alla media, tocca il minimo nel giugno 1998 per poi risalire sino alla fine del periodo campione. La nostra misura dell'avversione al rischio è chiaramente collegata al movimento generale dell'indice azionario. Rapportando i bruschi rialzi del grafico 2 a date specifiche, si riscontra una stretta corrispondenza fra l'andamento del mercato e la nostra misura dell'avversione al rischio. Il primo picco importante si registra il 30 settembre 1998, giorno in cui la crisi finanziaria russa e il quasi dissesto di LTCM provocarono diffuse turbolenze sui mercati mondiali dei capitali. L'ultimo balzo notevole interviene in seguito agli eventi dell'11 settembre 2001.

Un'importante precisazione attinente alla nostra analisi è che la differenza fra la PDF ponderata in base alle preferenze e la PDF statistica è influenzata non solo dall'avversione al rischio, ma anche da divergenze strutturali fra i



<sup>4</sup> Nel presente studio utilizziamo un campione mobile di 500 osservazioni, mentre Tarashev et al. ricorrono a un campione incrementale, con inizio nel gennaio 1988 e aggiungendo ogni giorno un'osservazione.

mercati azionari e quelli opzionari. La seguente trattazione delle determinanti dell'avversione al rischio si basa quindi sui mutamenti nel comportamento degli investitori avversi al rischio. La presenza di una costante distorsione fra le due PDF non riconducibile all'avversione al rischio lascia inalterati i risultati della nostra analisi.

## Determinanti dei mutamenti nell'avversione al rischio

### *Quali sono i fattori alla base dei mutamenti nell'avversione al rischio?*

Le determinanti dell'avversione al rischio degli investitori individuate nella letteratura in materia di pricing delle attività sono le prospettive di crescita dell'economia, le misure del rischio sui mercati delle azioni e del credito, le oscillazioni del cambio e annunci negativi su altri mercati azionari<sup>5</sup>. Un deterioramento delle previsioni sulla crescita economica può accrescere l'avversione al rischio, poiché gli investitori reagiscono alla più alta probabilità di una diminuzione di ricchezza riducendo la disponibilità ad assumere rischi. L'inclinazione della struttura per scadenze rispecchia il pessimismo sul clima di mercato, visto il nesso che la lega alle decisioni di portafoglio degli operatori. In presenza di un atteso miglioramento del clima di fiducia, gli investitori sposteranno parte delle loro attività dal segmento a breve a quello a lungo termine. Tale spostamento farà aumentare il tasso a breve rispetto a quello a lunga, inducendo un appiattimento nella composizione per scadenze. Un'accresciuta rischiosità sui mercati delle azioni e del credito renderà probabile una futura diminuzione di ricchezza, e quindi un aumento dell'avversione al rischio. Le nostre misure del rischio su questi mercati sono date dalla volatilità implicita delle azioni USA e dagli spread creditizi sui mercati dei capitali statunitensi<sup>6</sup>.

Sull'avversione al rischio potrebbero influire il clima di mercato ...

Anche i cali nei principali mercati azionari possono spiegare i movimenti nell'avversione al rischio. In particolare, il mercato azionario USA rappresenta un'importante fonte di notizie negative per gli investitori azionari tedeschi: Tarashev et al. rilevano infatti che gli indicatori dell'avversione al rischio sulle borse valori di Stati Uniti, Germania e Regno Unito tendono nel tempo a muoversi in stretta sintonia. La nostra misura degli annunci negativi provenienti dal mercato azionario USA si avvale di una variabile dummy interattiva, posta pari a 1 per i rendimenti negativi dell'S&P 500.

... le dinamiche dei prezzi sui mercati del credito e delle azioni ...

Le oscillazioni del cambio possono ridurre i flussi di reddito delle imprese che operano a livello internazionale. Per molte società presenti nell'indice Dax una quota sostanziale del cash flow proviene dall'estero, ed è per questo motivo che i movimenti dei tassi di cambio influiscono parimenti sul loro risultato economico. Il deprezzamento del dollaro USA rispetto all'euro, o al

... o le oscillazioni dei tassi di cambio

<sup>5</sup> Cfr., ad esempio, De Santis e Gerard (1997).

<sup>6</sup> L'inclinazione della struttura per scadenze è definita dalla differenza fra il rendimento benchmark dei titoli di Stato decennali tedeschi e il tasso a tre mesi del mercato monetario. Per misurare il rischio sui mercati del credito e delle azioni sono state impiegate le serie VIX della volatilità implicita dell'indice S&P 100 e lo spread di rendimento fra titoli industriali USA con rating BBB- e AAA-.

marco<sup>7</sup>, induce una contrazione nella competitività relativa delle esportazioni tedesche e, di conseguenza, potrebbe incidere sull'avversione al rischio degli operatori aumentando l'incertezza a riguardo dei profitti futuri. Anche in questo caso, per rappresentare gli annunci negativi è stato fatto ricorso a una variabile dummy interattiva, posta pari a 1 per le oscillazioni negative del cambio.

Per valutare gli effetti di questi cinque fattori stimiamo un modello di regressione standard<sup>8</sup>. Come già accennato, analizziamo le differenze prime dell'avversione al rischio. Così, nel nostro modello di regressione stimiamo il modo in cui un cambiamento, ad esempio, nell'inclinazione della struttura a termine modifica l'indicatore dell'avversione al rischio. La stima delle differenze prime contribuisce ad attenuare eventuali distorsioni causate da divergenze sistematiche fra la PDF statistica e quella ponderata non collegate all'avversione al rischio.

### *Risultati empirici*

Nello stimare contemporaneamente le cinque variabili esplicative, tre fattori sono risultati significativi<sup>9</sup>. I risultati della regressione riportati nella tabella 1 dimostrano che l'avversione al rischio è fortemente collegata alle oscillazioni nella volatilità USA e ad annunci negativi riguardo al tasso di cambio. È stato osservato un nesso più debole con l'inclinazione della struttura per scadenze, mentre non è stata riscontrata alcuna correlazione con il rallentamento dell'indice S&P 500 o l'indicatore del rischio creditizio. Tramite le cinque variabili otteniamo un valore esplicativo del 9% per la variabilità giornaliera dell'avversione al rischio.

L'avversione al rischio in Germania è di fatto sensibile alle oscillazioni del cambio ...

| Stime degli effetti dei fattori sui mutamenti dell'avversione al rischio |              |                |
|--|--------------|----------------|
| periodo campione: dicembre 1995–maggio 2002                              |              |                |
| Variabile  | Coefficiente | Valori di t    |
| Curva dei rendimenti – Germania  | -0,0204      | <b>-1,9897</b> |
| Rendimenti azionari negativi – USA                                       | -0,0257      | -0,2470        |
| Volatilità – USA   | 0,0027       | <b>6,6364</b>  |
| Deprezzamento del dollaro – USA  | -0,4665      | <b>-3,2695</b> |
| Spread creditizi   | -0,0063      | -0,6492        |

Nota: tutte le variabili entrano in regressione come differenze prime. I coefficienti significativi al livello di confidenza del 5% sono evidenziati in neretto. R<sup>2</sup> corretto = 0,09.

Fonti: Datastream; elaborazioni Oesterreichische Nationalbank. Tabella 1

<sup>7</sup> È stato utilizzato il tasso giornaliero dollaro USA-euro perché il tasso di cambio (effettivo) ponderato per l'interscambio è disponibile solo con frequenza mensile.

<sup>8</sup> È stato impiegato l'approccio dei minimi quadrati ordinari con errori standard corretti secondo White.

<sup>9</sup> Per valutare la robustezza del metodo abbiamo ripetuto le regressioni con la differenza PDF per la probabilità di un calo pari ad almeno il 20% nei 49 giorni. I risultati rimangono invariati.

I segni dei tre fattori significativi sono in linea con le argomentazioni sopra delineate. Il significativo segno positivo della volatilità USA indica come gli sviluppi nel mercato azionario statunitense si trasmettono effettivamente sull'avversione al rischio. Nel mercato azionario tedesco questa aumenta a causa della maggiore volatilità USA e non per effetto di rendimenti negativi dell'S&P 500. La correlazione negativa con il tasso di cambio conferma la nostra interpretazione nel quadro del nesso fra esportazioni e tassi di cambio. La rilevanza del commercio estero per le società tedesche implica un deterioramento delle loro prospettive reddituali a fronte di un apprezzamento dell'euro o, prima del 1999, del marco. I timori di una più bassa redditività sembrano di fatto innalzare la misura dell'avversione al rischio. L'inclinazione della struttura per scadenze in Germania produce un impatto negativo sull'avversione al rischio nel mercato azionario tedesco. I nostri risultati mostrano che un deterioramento delle prospettive a riguardo del clima generale di mercato aumenta l'avversione al rischio dei detentori di azioni tedesche. Ne discende che gli investitori rispondono a un peggioramento delle prospettive di crescita aumentando il peso degli indicatori in presenza di bassi flussi di pagamento.

Nel complesso, osserviamo che la determinante principale dell'avversione al rischio è l'incertezza degli operatori sui mercati azionari USA, così come rappresentata dalla volatilità implicita dei corsi azionari statunitensi. Ordinando le cinque variabili esplicative per rilevanza, la volatilità delle borse USA risulta significativamente superiore alle altre quattro variabili<sup>10</sup>.

... e in particolare alla volatilità dei mercati azionari USA

## Conclusioni

In questo studio monografico abbiamo esaminato una misura giornaliera dell'avversione al rischio per gli investitori del mercato azionario tedesco, analizzandone altresì i nessi con l'evoluzione della borsa valori USA, la struttura per scadenze dei tassi d'interesse in Germania e il tasso di cambio con il dollaro USA. La prima conclusione cui siamo pervenuti è che l'avversione al rischio sembra essere cresciuta dall'estate 1998. Inoltre, abbiamo riscontrato che la volatilità del mercato azionario USA si è trasmessa all'avversione al rischio in quello tedesco. In questo contesto, va ricordato che la nostra stima della volatilità USA è una misura implicita nelle opzioni. Di conseguenza, il nesso fra avversione al rischio in Germania e volatilità negli USA può rispecchiare in parte un collegamento fra le avversioni al rischio nei due paesi. Le nostre risultanze sono quindi in linea con quelle di Tarashev et al.: vi sono sì alcune differenze nei risultati stimati dovute al modo in cui sono stati costruiti i campioni ma, nonostante ciò, entrambe le analisi rilevano l'influsso che gli annunci economici internazionali producono sulle variazioni dell'avversione al rischio.

Nessi fra l'avversione al rischio in Germania e negli Stati Uniti

---

<sup>10</sup> Nella regressione bivariata il mutamento delle serie VIX origina un R<sup>2</sup> dell'8%, mentre i valori delle altre quattro variabili sono al disotto dell'1%.



## Bibliografia

Aït-Sahalia, Y., Y. Wang e F. Yared (2001): "Do option markets correctly price the probabilities of movement of the underlying asset?", *Journal of Econometrics*, vol. 102, pagg. 67–110.

Beber, A. e M. Brandt (2003): "The effect of macroeconomic news on beliefs and aversion; evidence from the options market", manoscritto inedito.

De Santis, G. e B. Gerard (1997): "International asset pricing and portfolio diversification with time-varying risk", *Journal of Finance*, vol. 52, pagg. 1881–1912.

Engle, R. (2001): "GARCH101: the use of ARCH/GARCH models in applied econometrics", *Journal of Economic Perspectives*, vol. 15, pagg. 157–168.

Glatzer, E. e M. Scheicher (2003): "Modelling the implied probability of stock market movements", *ECB Working Paper*, n. 212.

Jackwerth, J. (1999): "Option-implied risk neutral distributions and implied binomial trees: a literature review", *Journal of Derivatives*, vol. 7, n. 2, pagg. 66–92.

——— (2000): "Recovering risk aversion from option prices and realized returns", *Review of Financial Studies*, vol. 13, pagg. 433–451.

Melick, W.R. e C.P. Thomas (1997): "Recovering an asset's implied PDF from option prices: an application to crude oil during the Gulf crisis", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, marzo, pagg. 91–115.

Rosenberg, J.V. e R.F. Engle (2002): "Empirical pricing kernels", *Journal of Financial Economics*, vol. 64, pagg. 341–372.

Tarashev, N., K. Tsatsaronis e D. Karampatos (2003): "Propensione al rischio: l'insegnamento tratto dalle opzioni", in questa edizione della *Rassegna trimestrale BRI*.