

“CDS index tranche” e prezzaggio delle correlazioni di rischio creditizio¹

Le tranche di perdita standardizzate su indici di “credit default swap” (CDS) hanno accresciuto la liquidità nel mercato delle correlazioni di rischio creditizio. D'altra parte, nonostante i progressi compiuti, la modellizzazione quantitativa di tali correlazioni è complessa e non ancora pienamente sviluppata.

Classificazione JEL: G12, G13, G14

Uno degli sviluppi più significativi intervenuti sui mercati finanziari negli anni più recenti è stata la creazione di strumenti liquidi che consentono di negoziare le correlazioni di rischio creditizio. Fra questi strumenti spiccano le tranche di indici CDS (“CDS index tranche”). In termini generali, esse offrono agli investitori – ossia, ai venditori di protezione creditizia – l'opportunità di assumere esposizioni verso determinati segmenti della distribuzione delle perdite inerenti a un indice di “credit default swap” (CDS). Ogni tranche presenta una diversa sensibilità alle correlazioni di insolvenza fra le entità comprese nell'indice. Uno dei principali vantaggi delle tranche di indici CDS è l'elevata liquidità, dovuta soprattutto alla loro standardizzazione, ma anche alla liquidità dei sottostanti mercati dei CDS su nominativi singoli e su indici. Per contro, forse a causa della scarsa liquidità del mercato delle obbligazioni societarie, gli strumenti che si basano su indici riferiti a questi titoli non sono intensamente trattati.

La standardizzazione delle tranche di indici CDS può costituire un importante passo avanti verso la realizzazione di mercati più completi. Le correlazioni di rischio creditizio sono da sempre una determinante chiave della rischiosità dei portafogli di titoli debitori, ma finora non erano disponibili strumenti standardizzati per la loro negoziazione. Le tranche di indici CDS colmano pertanto una lacuna nella capacità dei mercati di ripartire taluni tipi di rischio creditizio fra differenti operatori e istituzioni.

Il presente articolo tratta appunto delle tranche di indici CDS. La prima sezione presenta questi prodotti soffermandosi sulle caratteristiche dei contratti

¹ Gli autori ringraziano: JPMorgan Chase per i dati forniti; Rishad Ahluwalia, Jakob Due e Mike Harris di JPMorgan Chase per le utili discussioni; Henrik Baun, Claudio Borio, Ingo Fender, Frank Packer ed Eli Remolona per i preziosi commenti; Marian Micu per l'assistenza nel lavoro di ricerca. Le opinioni espresse in questo articolo sono quelle degli autori e non rispecchiano necessariamente il punto di vista della BRI.

e sulla liquidità del mercato. La seconda sezione esamina il processo di fissazione del prezzo e, in particolare, il modo in cui questi strumenti vengono utilizzati per negoziare le correlazioni di rischio creditizio.

Contratti basati su CDS: caratteristiche e liquidità

Per poter comprendere i vantaggi offerti dalle tranche di indici CDS nella negoziazione delle correlazioni di rischio creditizio è necessario anzitutto conoscere la loro composizione, ovvero la struttura degli indici CDS e dei sottostanti contratti su nominativi singoli.

Contratti di “credit default swap” (CDS) su nominativi singoli

Un contratto CDS su nominativo singolo è un contratto assicurativo volto a coprire il rischio di perdita per insolvenza insito in un dato credito. Al verificarsi di un determinato evento creditizio, l'acquirente della protezione riceve dal venditore della protezione una somma a titolo di compenso della perdita subita, dietro corresponsione di un premio per tutta la durata del contratto².

I CDS su nominativi singoli costituiscono l'asse portante

Due sono le ragioni principali all'origine della più elevata liquidità dei contratti CDS rispetto alla maggior parte delle obbligazioni societarie. In primo luogo, essi hanno un più alto grado di standardizzazione. Ad esempio, gli eventi creditizi che attivano il pagamento in favore dell'acquirente della protezione sono ormai chiaramente definiti nelle linee guida ISDA per i derivati su crediti (ISDA, 2003)³, e lo stesso vale per le modalità di regolamento⁴. In secondo luogo, i contratti CDS permettono agli operatori di assumere posizioni lunghe nel rischio creditizio senza esborsi di contante, nonché di assumere posizioni corte nello stesso rischio con minori difficoltà e a costo ridotto.

Contratti CDS su indici

Un contratto CDS su indice è un contratto assicurativo che copre il rischio di perdita per insolvenza insito nel pool di crediti che costituiscono l'indice stesso. La principale differenza rispetto ai contratti su nominativi singoli è che l'acquirente della protezione è implicitamente tenuto a pagare lo stesso premio – ossia, un premio fisso – su tutti i nominativi facenti parte del pool. Inoltre, nei contratti su indici gli eventi creditizi che attivano il pagamento si limitano al fallimento e al mancato pagamento⁵. Al verificarsi di un evento creditizio il

² Numerose fonti forniscono descrizioni dei contratti CDS e delle loro caratteristiche. Fra gli altri: Anson et al. (2003) e O'Kane, Naldi et al. (2003).

³ Fra gli eventi figurano il fallimento, l'insolvenza, la moratoria e la ristrutturazione sostanziale del debito (compresa l'attivazione della clausola di esigibilità immediata).

⁴ Il pagamento può essere regolato in via differenziale (l'acquirente della protezione riceve il valore nominale meno il prezzo di mercato del credito di riferimento) o materiale (l'acquirente della protezione consegna il titolo in stato di insolvenza e riceve in contante il valore nominale del medesimo).

⁵ Ciò corrisponde alla clausola “no-restructuring” (XR) nei contratti CDS su nominativi singoli, che esclude la ristrutturazione dagli eventi creditizi (cfr. ISDA, 2003, per una descrizione delle varie clausole). Per una trattazione delle pratiche correnti di mercato, cfr. O'Kane, Pedersen e Turnbull (2003), nonché Packer e Zhu (in questo numero della *Rassegna trimestrale BRI*).

nominativo in questione viene rimosso dall'indice e il contratto resta in vita (con un ammontare nozionale ridotto) fino alla scadenza prevista.

La liquidità degli indici di CDS è favorita ...

A favorire la liquidità dei contratti su indici CDS contribuiscono: 1) la presenza di indici di riferimento ampiamente accettati, che includono i contratti CDS su nominativi singoli più liquidi e per i quali vi è un gruppo di operatori globali impegnati a fungere da "market-maker"; 2) il fatto che ciascun indice abbia una chiara connotazione geografica, una composizione per settori/rating relativamente stabile e scadenze standardizzate; 3) la disponibilità di due diverse forme di contratto. Tali fattori sono esaminati nell'ordine qui di seguito.

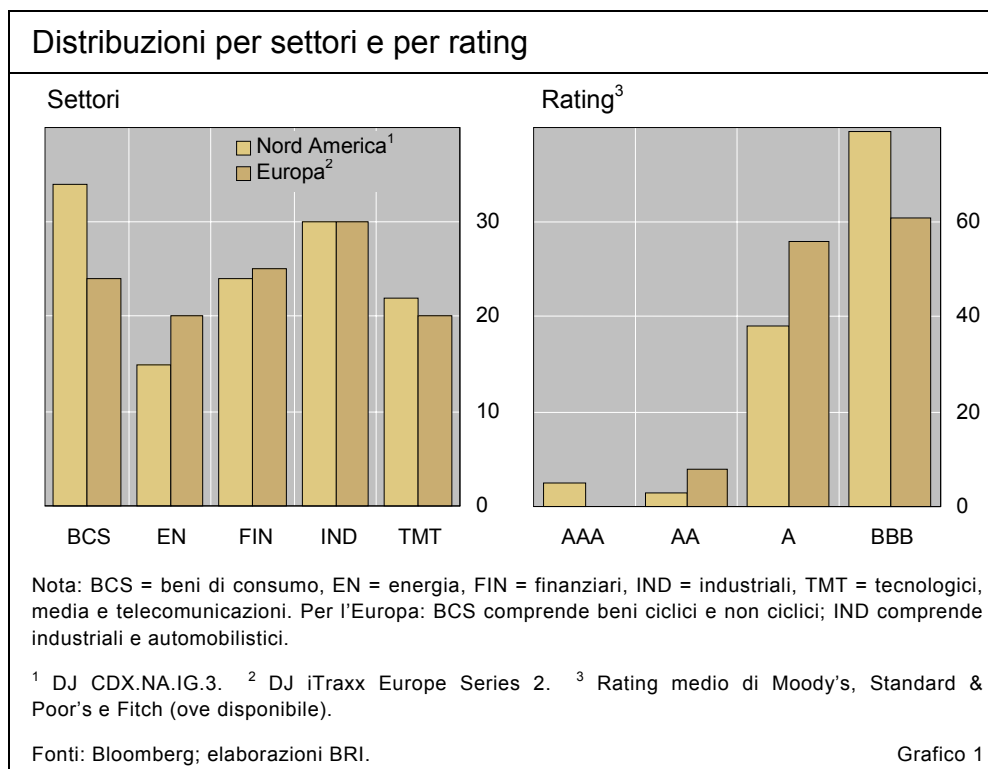
... dalla presenza di indici di riferimento ...

1) Gli indici CDS maggiormente trattati sono stati ora raggruppati in un'unica famiglia sotto le sigle DJ CDX (per Nord America e mercati emergenti) e DJ iTraxx (per Europa e Asia) (cfr. tabella 1)⁶. La composizione dei nuovi indici è scelta dai promotori in base alla liquidità dei singoli contratti, e comprende quindi i nominativi più attivamente trattati. Una volta creato, l'indice rimane stabile per tutta la sua durata, fatta eccezione per l'eliminazione delle

Indici CDS ¹						
per area geografica						
	Nord America	Europa	Giappone	Asia escluso Giappone	Australia	Mercati emergenti
Ampi	CDX.NA.IG (125) CDX.NA.HY (100)	iTraxx Europe (125) iTraxx Corporate (52) ⁴ iTraxx Crossover (30) ⁵	iTraxx CJ (50) ²	iTraxx Asia (30)	iTraxx Australia (25)	CDX.EM (14) ³
Sottoindici	Finanziari (24) Beni consumo (34) Energia (15) Industriali (30) TMT ⁷ (22) HiVol (30) B (44) BB (43) HB (30)	Finanziari (15) Automobil. (10) Beni consumo ciclici (15) Beni consumo non ciclici (15) Energia (20) Industriali (20) TMT ⁷ (20) HiVol (30)	Finanziari (10) Beni di investimento (10) Tecnol. (10) HiVol (10)	Corea (8) Cina allargata (9) ⁶ Resto dell'Asia (13) ⁸	Nessuno	Nessuno

¹ Vengono tuttora trattate le generazioni precedenti degli indici DJ Trac-x e iBoxx. In questa tabella è indicata la composizione delle serie più recenti – DJ CDX e DJ iTraxx – che derivano dalla fusione delle famiglie DJ Trac-x e iBoxx. Si riporta, in parentesi, il numero delle entità contenute nell'indice. ² Massimo di 10 nominativi per settore. ³ Comprende solo emittenti sovrani: Brasile, Bulgaria, Colombia, Corea, Filippine, Malaysia, Messico, Panama, Perù, Romania, Russia, Sudafrica, Turchia e Venezuela. ⁴ Comprende le entità non finanziarie più importanti e più liquide tratte dall'indice iBoxx EUR (obbligazioni private). ⁵ Entità non finanziarie più liquide con rating pari o inferiore a BBB/Baa3 e outlook negativo. ⁶ Comprende Cina, Hong Kong SAR e Taiwan (Cina), con almeno due nominativi per ciascuna economia. ⁷ Tecnologici, media e telecomunicazioni. ⁸ Comprende Filippine, India, Malaysia, Singapore e Thailandia. Tabella 1

⁶ Nel 2003 vennero lanciate due famiglie concorrenti di indici (Trac-x e iBoxx), con il sostegno di diversi operatori. Lo scorso anno tali indici sono stati fusi per formare una nuova serie, gestita da Dow Jones.



entità resesi insolventi. Peraltro, ogni sei mesi si procede alla creazione di un nuovo indice “ribilanciato” e all'emissione dei relativi titoli (la nuova emissione è detta “on-the-run”).

2) Sono stati creati indici per le più importanti valute, per i crediti di qualità bancaria (“investment grade”) e sub-bancaria (“non-investment grade”), e per i principali settori economici. Per ciò che concerne i crediti di qualità bancaria, gli indici ampi per il Nord America (CDX.NA.IG) e l'Europa (iTraxx Europe) – i più intensamente trattati – comprendono ciascuno 125 entità di riferimento con uguale ponderazione. Esistono altresì indici per specifici settori, un indice basato su nominativi con ingenti esposizioni sistematiche (cioè, un elevato beta di mercato), indici formati da entità ad alto rischio (“speculative grade”) o riferiti ad altre aree, quali Giappone, Asia (escluso Giappone), Australia e talune economie emergenti. Il grafico 1 evidenzia la distribuzione per settore e per rating delle più recenti versioni di CDX.NA.IG e di iTraxx Europe. I titoli dei principali indici sono disponibili con scadenze a cinque e a dieci anni.

... per regioni e per settori ...

3) Vengono negoziati due tipi di contratti – “funded” e “unfunded” – per meglio adattarli alle preferenze degli investitori per quanto riguarda il genere di protezione e l'esposizione al rischio di controparte. Un contratto “unfunded” è un semplice CDS plurinominativo, mentre la versione “funded” prevede che, al momento della stipula, l'acquirente della protezione riceva come collaterale un pool di titoli versando, oltre al premio trimestrale, un ammontare nozionale anticipato. Nel primo caso l'acquirente della protezione incorre nel rischio di controparte, nel secondo esso è esposto al rischio di deterioramento della qualità creditizia del pool, ma non al rischio di controparte⁷.

... nonché dalla disponibilità di due diversi tipi di contratti

⁷ In caso di insolvenza di un'entità presente nell'indice, l'acquirente della protezione liquida il collaterale per recuperare le perdite sull'indice CDS.

Bassi differenziali denaro-lettera

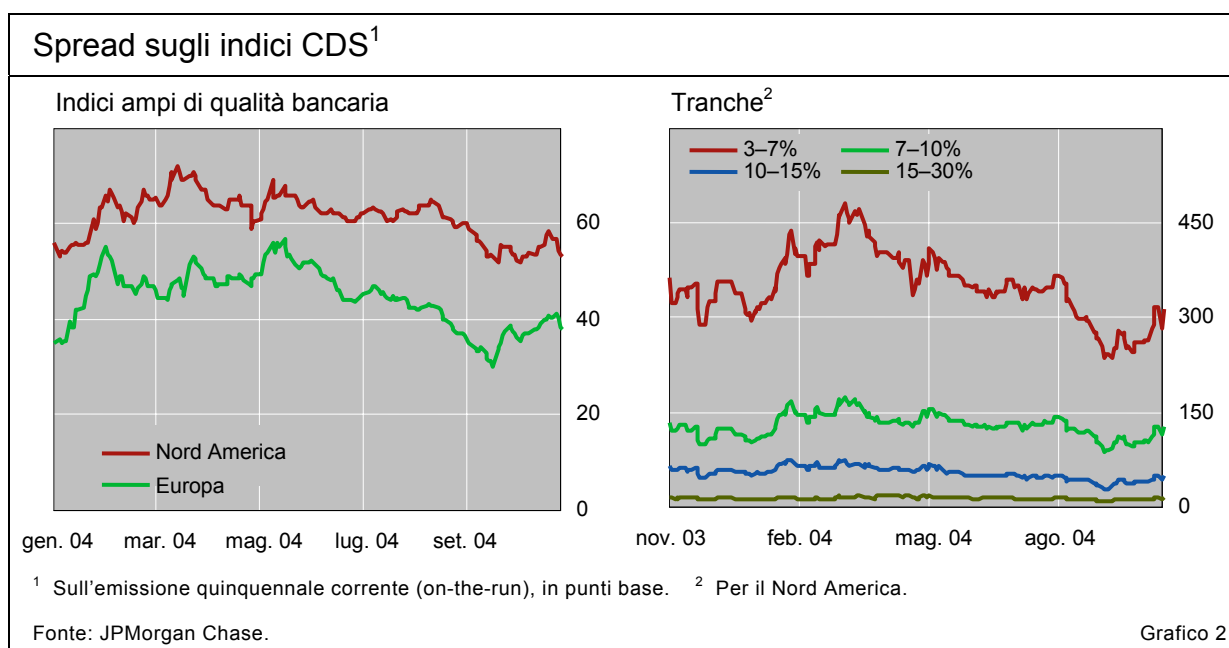
L'elevata liquidità di tali strumenti in confronto ad altri prodotti creditizi è rispecchiata da differenziali denaro-lettera piuttosto ristretti, almeno per ciò che concerne i contratti maggiormente negoziati. Ad esempio, i differenziali per i contratti quinquennali di tipo "unfunded" sull'indice CDX.NA.IG si sono generalmente mossi entro un intervallo di 0,5–4 punti base. A titolo di raffronto, si consideri che dal gennaio 2004 gli spread sugli indici ampi di qualità bancaria nel Nord America e in Europa si sono aggirati in media attorno ai 62 e ai 45 punti base rispettivamente (grafico 2, diagramma di sinistra)⁸.

Le tranche di indici CDS

Rispetto ad altre CDO, le "CDS index tranche" sono standardizzate e più liquide

Le tranche di indici CDS sono titoli di debito collateralizzati ("collateralised debt obligation", CDO) sintetici, basati su un indice CDS, in cui ciascuna tranche è riferita a un diverso segmento della distribuzione delle perdite sull'indice sottostante⁹. Il principale vantaggio delle "CDS index tranche" rispetto ad altre CDO è dato dalla loro standardizzazione, che attiene sia alla composizione del pool di riferimento sia alla struttura ("ampiezza") delle tranche.

La standardizzazione favorisce la liquidità sul mercato secondario, ma non è riuscito finora a svilupparsi un mercato secondario liquido per le tranche



⁸ Alla stipula, lo spread fisso corrisponde approssimativamente allo spread medio dei CDS per i nominativi compresi nell'indice. In seguito, per l'acquirente della protezione il contratto assume valore positivo se gli spread medi sui singoli nominativi superano quello fisso. In tal caso, i nuovi acquirenti della protezione pagano al venditore un ammontare pari alla differenza tra i due (o viceversa, se gli spread medi sono inferiori a quello fisso).

⁹ In generale, una CDO è un prodotto finanziario strutturato con il quale si cede agli investitori il rischio di credito insito in un pool di attività. I titoli emessi a fronte del pool sono scaglionati (strutturati) in base al grado di prelazione, dando origine a diversi livelli o "tranche" di rischio creditizio, fra cui normalmente una o più tranche di qualità bancaria e una tranche che copre i primi percentili di perdita ("equity first loss tranche"). Per maggiori dettagli sulle CDO e sulle loro caratteristiche economiche, cfr. CSFG (2005); per una trattazione dei rischi inerenti alle CDO sintetiche, cfr. Gibson (2004).

basate su altri tipi di CDO, poiché nella maggior parte dei casi la loro struttura è fortemente differenziata in funzione delle esigenze degli investitori¹⁰.

Pur essendovi state emissioni basate su vari indici, finora le negoziazioni si sono perlopiù concentrate sull'indice CDX.NA.IG¹¹. Il relativo contratto è articolato in cinque tranches. La più bassa, denominata tranche "equity", assorbe il primo 3% delle perdite per insolvenza. Se questa interviene durante l'arco di vita del contratto, l'investitore è tenuto a pagare alla controparte un ammontare pari alle perdite (date dalla differenza fra il valore nominale e il valore di recupero del credito insoluto) fino a concorrenza del 3% dell'indice totale. La tranche successiva ("mezzanine", o mediana) assorbe le perdite dal 3 al 7%, ed è quindi totalmente isolata – grazie alla tranche "equity" – dalle perdite fino al 3%. Le tranches di rango più elevato assorbono eventuali perdite ulteriori. Le tranches del 7–10% e del 10–15% sono note come "senior", mentre quella che copre le perdite dal 15 al 30% è denominata "super-senior"¹².

Come compenso per l'assunzione del rischio di perdita, gli investitori ricevono dagli acquirenti della protezione una somma trimestrale pari a un premio percentuale moltiplicato per l'ammontare nozionale effettivo in essere di una data tranche¹³. I premi sulle tranches mediana e senior consistono in uno spread secco senza pagamento anticipato. Viceversa, gli acquirenti della protezione sulla tranche "equity", oltre a corrispondere un premio fisso di 500 punti base, devono versare anticipatamente una percentuale del valore nozionale originale del contratto¹⁴. Rispetto al mero regolamento di uno spread secco, la prescrizione di un pagamento anticipato (relativamente cospicuo) modifica il profilo temporale dei flussi monetari per gli investitori in tranche "equity", e quindi anche la loro esposizione al profilo temporale delle insolvenze. Le quotazioni di mercato dei premi per le tranches mediana, senior e super-senior sono riportate nel diagramma di destra del grafico 2¹⁵.

Le "index tranche" sono riferite a segmenti della distribuzione delle perdite

¹⁰ Negli ultimi due anni circa una delle aree di maggiore crescita nel mercato delle CDO è stata quella delle "single-tranche CDO" (CDO a tranche unica), concepite in base alle specifiche esigenze dell'investitore. Si potrebbe dire che le forze di mercato stiano spingendo verso i due estremi: le tranches standardizzate (per finalità di negoziazione) e quelle personalizzate (per finalità di investimento).

¹¹ Secondo Creditflux, nel secondo trimestre 2004 le negoziazioni ammontavano a \$10,2 miliardi, di cui l'82% costituito da contratti su iBoxx CDX.NA.IG Series 2 e Trac-x NA.

¹² Non esistono ancora contratti che coprono le perdite superiori al 30% dell'indice.

¹³ Il nozionale effettivo è dato dal nozionale originale meno eventuali perdite per insolvenza che hanno inciso sulla tranche (con una soglia posta a zero).

¹⁴ È possibile convertire un contratto con pagamento iniziale in un contratto con il solo spread secco dividendo il pagamento anticipato per la "risky duration" della tranche e aggiungendo l'eventuale spread fisso già previsto. Pertanto, una "equity tranche" con pagamento iniziale del 37,5%, uno spread fisso di 500 punti base e una "risky duration" di 3,75 equivale a un contratto con uno spread fisso di $(37,5 \times 100 / 3,75) + 500$ punti base = 1 500 punti base. Per un'analisi delle quotazioni pagamento iniziale/spread fisso, cfr. O'Kane e Sen (2003).

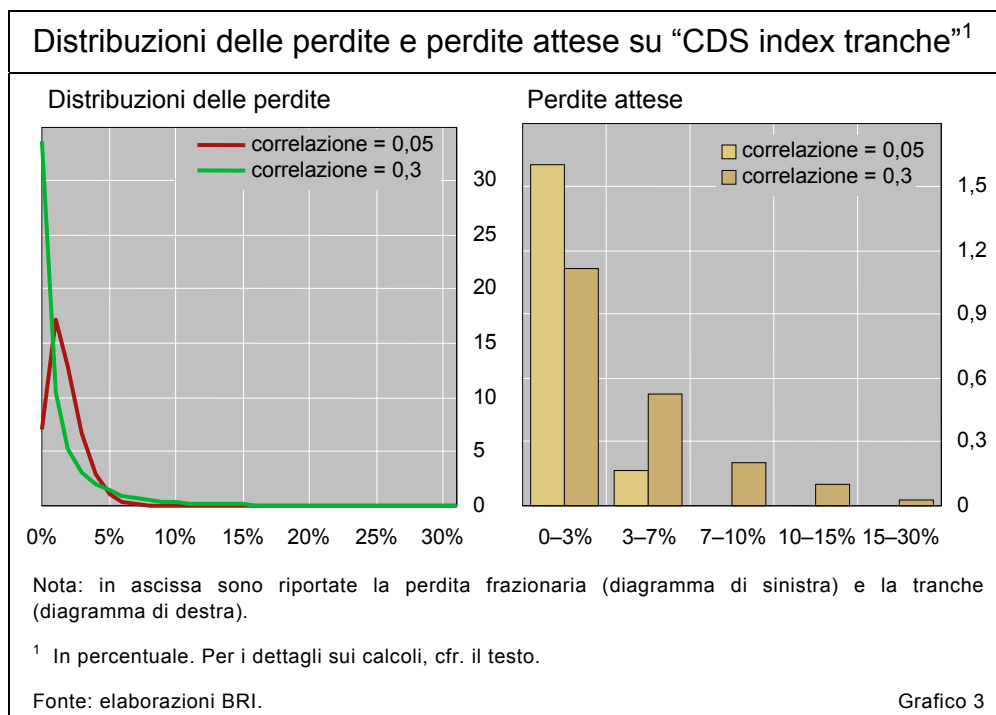
¹⁵ I differenziali denaro-lettera sono pari a 1–2 punti base per le tranches più elevate e a 5–10 punti per le tranches mediane, mentre per la tranche "equity" essi raggiungono i 15–70 punti.

Correlazioni di rischio creditizio e prezzaggio delle tranche

Le correlazioni incidono sulla rischiosità delle "index tranche"

Le correlazioni di rischio creditizio fra i diversi nominativi compresi nell'indice hanno un'incidenza notevole sulla rischiosità delle tranche di indici CDS, e quest'elevata sensibilità alle correlazioni si riflette ovviamente nel loro prezzo. Ciò implica che, oltre a essere più liquidi rispetto ad altri prodotti creditizi plurinominativi, gli strumenti in questione permettono di negoziare in maniera relativamente efficiente tale forma di rischio.

Per illustrare l'incidenza delle correlazioni di rischio creditizio sul valore delle tranche sono state considerate tranche con scadenza quinquennale di un indice CDS composto di 125 nominativi con caratteristiche creditizie simili a quelle mediamente contenute nel CDX.NA.IG Series 3¹⁶. Il diagramma di sinistra del grafico 3 mostra per le prime due tranche la distribuzione delle perdite su cinque anni, espressa in percentuale della dimensione rispettiva; il diagramma di destra riporta invece la perdita attesa per ciascuna tranche in termini di incidenza sull'indice totale. Come si può osservare, le perdite sia relative che assolute diminuiscono fortemente passando dalle tranche subordinate a quelle di rango superiore. In particolare, la perdita attesa sulla tranche "equity" è pari al 40–50% circa dell'ammontare nozionale del contratto.



¹⁶ Per calcolare la distribuzione delle perdite viene impiegato un modello basato su copula Gaussiana monofattoriale (cfr. oltre), ipotizzando identiche probabilità di insolvenza su cinque anni (2,97%), tassi di recupero costanti (40%), nonché correlazioni temporali appaiate delle insolvenze identiche e costanti (0,05 o 0,3). Il tasso di insolvenza è stimato utilizzando i dati di Moody's per gli emittenti societari USA con rating Baa per il periodo 1983–2003. Il tasso di recupero è quello medio per le obbligazioni societarie USA convenzionali non subordinate. I valori scelti per le correlazioni temporali rientrano grosso modo nella gamma di valori utilizzata dalle agenzie di rating.

L'esempio mostra come il valore di mercato di una data "CDS index tranche" dipenda dalla distribuzione di probabilità congiunta delle perdite da insolvenza per le entità di riferimento comprese nell'indice. In generale, tale distribuzione incorpora sia le correlazioni fra le probabilità di insolvenza sia quelle fra i tempi di insolvenza. Essa considera inoltre le correlazioni fra le perdite in caso di insolvenza ("loss-given default") e le probabilità di insolvenza (ad esempio, le perdite tendono a essere maggiori quando maggiore è il rischio generale di insolvenza, come durante una recessione) e le correlazioni fra le perdite in caso di insolvenza e i tempi di insolvenza (ad esempio, le perdite possono essere maggiori allorché vi è un addensamento delle insolvenze, come nel caso di fallimenti a catena in un breve lasso di tempo di società facenti parte di un particolare settore produttivo).

Il prezzaggio delle "index tranche" si è incentrato sulle correlazioni temporali delle insolvenze

Finora il processo di determinazione del prezzo delle tranche di indici CDS ha cercato soprattutto di cogliere le implicazioni delle correlazioni temporali delle insolvenze (cfr. riquadro). A questo scopo, il modello basato su copula Gaussiana monofattoriale è divenuto lo standard di mercato, analogamente al modello di Black-Scholes per le opzioni. Il termine "copula" intende sottolineare il fatto che questo tipo di modello "accoppia" le probabilità di insolvenza dei singoli nominativi per formare una distribuzione congiunta (cfr. Nelsen, 1999). Il modello ipotizza correlazioni temporali identiche per coppie di nominativi fra tutte le società ricomprese nell'indice, una distribuzione normale dei tempi di insolvenza e una distribuzione normale congiunta delle probabilità di insolvenza. Grazie a tali ipotesi semplificative il modello è relativamente facile da impiegare, ed è questa una delle ragioni principali della sua popolarità.

Correlazioni temporali e prezzo

L'importanza delle correlazioni temporali delle insolvenze per la rischiosità delle diverse tranche è evidenziata dal grafico 3. Dal diagramma di sinistra si rileva che, a seconda del tipo di tranche, le probabilità di avere tassi di perdita molto bassi o molto alti sono tanto maggiori quanto più strette sono tali correlazioni. Ciò è ben illustrato dal raffronto di due casi ipotetici estremi.

Più strette correlazioni implicano un maggiore addensamento delle insolvenze

Primo caso: se la correlazione è nulla, la probabilità che zero nominativi (su 125) si rendano insolventi nei cinque anni è di $(100 - 2,97)^{125} = 2,31\%$, dove 2,97% è il tasso di insolvenza medio storico nei cinque anni a venire per le società con rating Baa. Secondo caso: se la correlazione è uguale a 1 (ossia, se il portafoglio può essere considerato come un unico credito), tale probabilità diventa pari al 97,03%. Tuttavia, l'indice potrebbe perdere uno meno il tasso di recupero (1 - 0,4) con una probabilità del 2,97%, rendendo la perdita attesa pari all'1,78%¹⁷. Il diagramma di destra del grafico 3 mostra come la perdita attesa sulla tranche "equity" sia maggiore in presenza di una bassa correlazione. Ciò non vale per le tranche mediane e senior; per queste

¹⁷ Aumentare la correlazione temporale equivale a rendere casuale la probabilità di insolvenza mantendone però lo stesso valore medio. Si noti che una distribuzione di questo tipo implica un più alto tasso medio congiunto di sopravvivenza a causa della convessità della corrispondente distribuzione di probabilità. Per un'ulteriore trattazione in merito, cfr. Lando (2004).

Fissazione del prezzo delle “index tranche”

Il premio su una “index tranche” – lo spread pagato dall’acquirente delle protezione – eguaglia il valore attuale atteso delle perdite attese per insolvenza subite dal venditore della protezione (“protection leg”) al valore attuale atteso dell’investimento nella tranche (“premium leg”). Il valore di quest’ultimo è pari al valore attuale dei pagamenti che il venditore della protezione riceve dall’acquirente. I contratti prevedono M date trimestrali ($t = t_1, t_2, \dots, t_M$) alle quali il compratore della protezione effettua i pagamenti dovuti. Si noti che tali pagamenti hanno luogo solo fintantoché l’ammontare nozionale effettivo (incerto) della tranche al tempo t_i , indicato con $N(t_i)$, è positivo. Ipotizzando inoltre che gli investitori attualizzino i flussi futuri di reddito attesi impiegando i fattori di sconto (incerti) $D(0, t_i)$, e posto uguale a S il premio per la tranche, il valore attuale atteso dell’investimento è^①:

$$V_{prem} = S \cdot E \left[\sum_{i=1}^M D(0, t_i) \cdot N(t_i) \right]$$

Le dimensioni attese delle tranche dipendono dal numero e dalla scansione temporale di eventuali insolvenze future, nonché dai costi attesi di tali insolvenze (ossia, dai tassi di recupero)^②. Il valore attuale del “premium leg” è tanto inferiore quanto più il premio e il tasso di recupero sono bassi e quanto prima intervengono le perdite per insolvenza. Il valore attuale atteso del “protection leg” è^③:

$$V_{prot} = E \left[\sum_{i=1}^M D(0, t_i) \cdot (N(t_i) - N(t_{i-1})) \right]$$

Il valore attuale della protezione è tanto inferiore quanto più la dimensione della tranche è costante, quanto più alto è il tasso di recupero e quanto più tardi si verificano le insolvenze. Il premio per la tranche è ottenuto derivando l’equazione $V_{prem} = V_{prot}$ in S :

$$S = \frac{E \left[\sum_{i=1}^M D(0, t_i) \cdot (N(t_i) - N(t_{i-1})) \right]}{E \left[\sum_{i=1}^M D(0, t_i) \cdot N(t_i) \right]}$$

Applicazione

Come si può rilevare dalla suddetta equazione, per determinare S sono necessari due parametri: la dimensione effettiva futura della tranche e il fattore di sconto. Quest’ultimo può essere ottenuto anche tramite i metodi usati per altri strumenti finanziari (cfr. Rebonato, 2002). Per stimare la dimensione futura della tranche occorrono invece diversi input: 1) la perdita in caso di insolvenza; 2) il numero di insolvenze; 3) il profilo temporale delle insolvenze. Trattandosi di grandezze incerte, è necessario formulare ipotesi per ognuna di esse.

Per la perdita in caso di insolvenza ($1 -$ tasso di recupero), un approccio semplice consiste nell’assumere che il tasso di recupero sia costante e pari alla media storica dei tassi rilevati per le obbligazioni convenzionali di primo rango delle società USA (che si aggira di solito intorno al 40%). I tassi di recupero possono essere stimati anche in base agli spread sui CDS.

Le singole probabilità di insolvenza per i mutuatari ricompresi nell’indice possono essere stimate direttamente in base agli spread di CDS su nominativi singoli. In alternativa, esse possono essere desunte indirettamente dai corsi azionari (per es., frequenze delle insolvenze attese elaborate da Moody’s KMV). Si noti che per ottenere le probabilità di insolvenza dagli spread su CDS occorre ipotizzare un tasso di recupero.

La scansione temporale delle insolvenze per le N entità durante la vita del contratto può essere calcolata partendo da una distribuzione di probabilità congiunta dei tempi di insolvenza. Poiché questa è ignota, un approccio comunemente seguito consiste nell’assumere che i tempi di insolvenza seguano una distribuzione normale multivariata N -dimensionale, ossia la cosiddetta copula Gaussiana (cfr. Nelsen, 1999, Li, 2000 e Cherubini et al., 2004).

^① In pratica, quando l’insolvenza interviene fra due date di regolamento, alla scadenza successiva il venditore della protezione riceve un rateo di pagamento riferito alla precedente dimensione effettiva della tranche. Da notare che l’eventuale pagamento iniziale sulla tranche “equity” può essere incluso nel valore attuale della “premium leg” aggiungendo una costante. ^② Le attese si basano sull’ipotesi di neutralità verso il rischio (attese corrette per il rischio). ^③ Ipotizzando che l’acquirente della protezione riceva il compenso alla prima data prevista per il pagamento dopo l’insorgere dell’insolvenza.

Il modello di copula Gaussiana *monofattoriale* presuppone che le correlazioni dei tempi di insolvenza siano uguali e costanti per le diverse entità. Ciò equivale a ipotizzare l'esistenza di un "mapping" diretto dalla variabile casuale latente X_i ai tempi di insolvenza. L'evoluzione di X_i è data da:

$$X_i = \sqrt{\rho} \cdot M + \sqrt{1-\rho} \cdot Z_i$$

dove M è una variabile casuale con distribuzione normale, Z_i sono variabili casuali non correlate reciprocamente e distribuite normalmente e $-1 < \rho < 1$ è la correlazione appaiata costante fra i tempi di insolvenza (per ulteriori dettagli cfr. Hull e White, 2004). Un'interpretazione dell'approccio basato sulla copula Gaussiana monofattoriale postula che X_i rappresenti il valore delle attività detenute dall'entità i , e che quest'ultima si renda insolvente quando il valore delle sue attività scende al di sotto di un certo limite minimo. L'approccio è concettualmente simile a un modello di tipo Merton, dove l'opzione di non rimborsare il debito viene esercitata allorché il valore dell'attivo raggiunge una data soglia. Secondo tale interpretazione, M può essere visto come l'unico fattore di rischio comune, mentre Z_i sono N fattori di rischio specifico che determinano i valori delle attività delle imprese e, quindi, i tempi di insolvenza. Il parametro di correlazione ρ può essere stimato dalle correlazioni dei rendimenti azionari, di norma compresi nell'intervallo 0–30%.

ultime, al contrario, le perdite attese sono più alte quando la correlazione aumenta.

Poiché il rischio insito nelle varie tranche differisce a seconda della correlazione temporale, anche il loro prezzo varia. È quanto si può osservare nel grafico 4, che riporta il pagamento iniziale previsto dal modello per la tranche "equity" e gli spread sulle tranche mediana e super-senior in funzione della correlazione temporale delle insolvenze¹⁸. Si consideri la prima tranche: un addensamento temporale delle insolvenze produce un limitato impatto negativo sul suo valore, giacché bastano poche insolvenze per determinare perdite consistenti. Al tempo stesso, una maggiore correlazione temporale aumenta la probabilità che non si verifichi alcuna insolvenza. Pertanto, il pagamento iniziale diminuisce al crescere della correlazione temporale. Per contro, il prezzo della tranche senior rispecchia la più elevata esposizione al rischio di perdite quando le insolvenze sono maggiormente addensate nel tempo. Diversamente da quanto avviene per le due tranche suddette, il prezzo della tranche mediana non è di norma una funzione monotona della correlazione temporale delle insolvenze. Con valori sia alti che bassi di correlazione vi è un'elevata probabilità che questa tranche sopravviva intatta. Tuttavia, quando la correlazione temporale delle insolvenze assume valori medi vi è un forte rischio che la tranche mediana subisca perdite sostanziali.

Al crescere della correlazione cala lo spread sulla tranche "equity" ...

... mentre aumenta quello sulla tranche senior

Prezzi di mercato e correlazioni temporali implicite

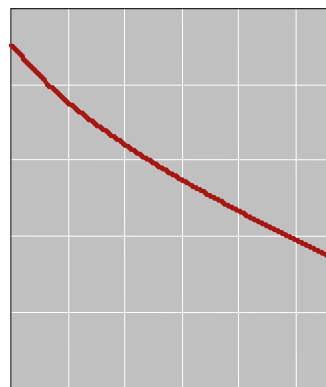
Dai prezzi delle tranche di indici CDS si può desumere la valutazione di mercato delle correlazioni temporali delle insolvenze. Ciò può essere effettuato mediante un modello in cui sono specificate tutte le variabili eccetto la correlazione stessa. Ad esempio, indicando i valori di tutte le determinanti del

Le correlazioni temporali delle insolvenze possono essere desunte dai prezzi di mercato

¹⁸ Per i prezzi delle tranche, cfr. Hull e White (2004).

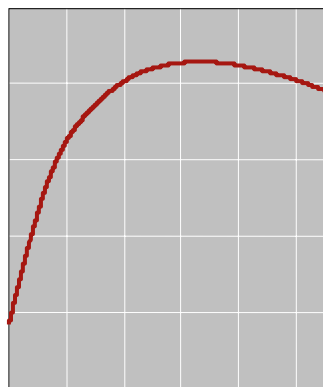
Sensibilità di prezzo delle tranche CDX alla correlazione temporale delle insolvenze¹

Tranche 0–3%²



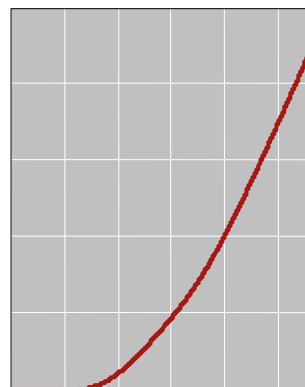
0,00 0,07 0,14 0,22 0,29 0,36

Tranche 3–7%³



0,00 0,07 0,14 0,22 0,29 0,36

Tranche 15–30%³



0,00 0,07 0,14 0,22 0,29 0,36

¹ Basate sulle sensibilità riportate in Hull e White (2004). ² Pagamento iniziale, in percentuale. ³ Spread, in punti base.

Fonti: Hull and White (2004); elaborazioni BRI.

Grafico 4

modello basato sulla copula Gaussiana monofattoriale, tranne l'indice di correlazione appaiata costante, è possibile ricavare una correlazione implicita dalle quotazioni di mercato¹⁹. Ciò è illustrato dal diagramma di sinistra del grafico 5, che riporta le correlazioni temporali implicite delle insolvenze per le varie tranche.

Le correlazioni desunte dal mercato presentano una concavità ...

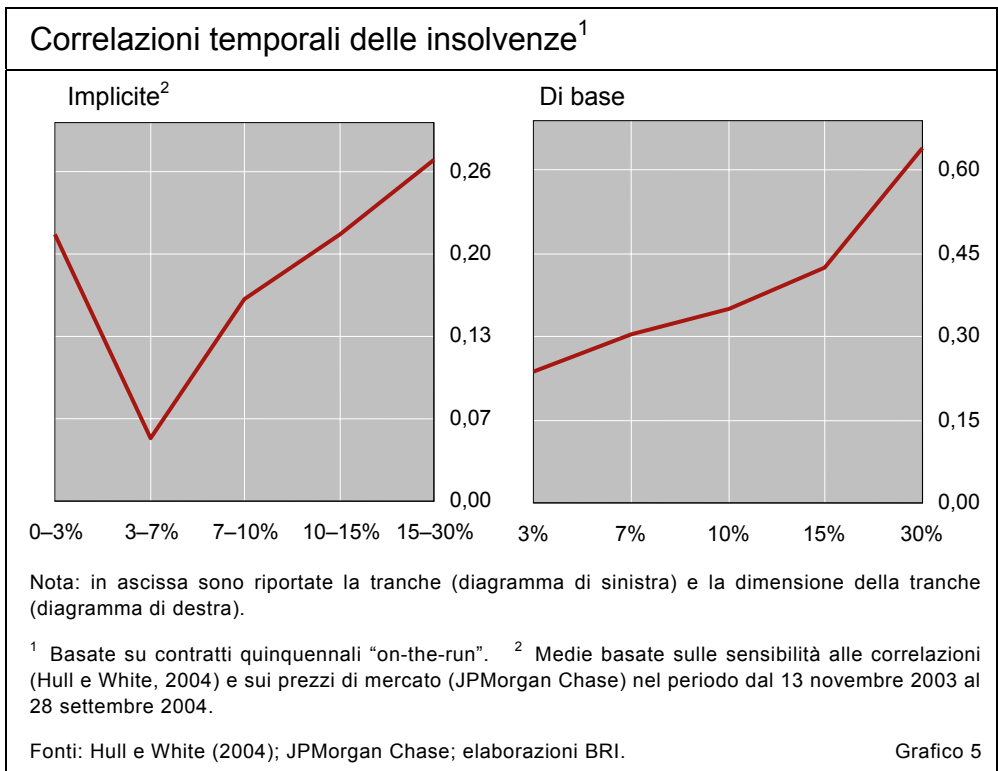
Tale diagramma evidenzia uno degli enigmi osservati nelle quotazioni di mercato: la concavità della curva di correlazione ("correlation smile")²⁰. Essa sta a indicare che, utilizzando una copula Gaussiana monofattoriale, i prezzi di mercato per la tranche mediana comportano (generalmente) una correlazione più bassa di quella implicita nei prezzi delle tranche junior e senior. Quindi, il grado di addensamento delle insolvenze presunto dal mercato sembra essere maggiore per questi due tipi di tranche. Se il modello Gaussiano monofattoriale esprime effettivamente la corretta descrizione della dipendenza reciproca delle insolvenze, allora si dovrebbe ottenere lo stesso indice di correlazione implicita per tutte le tranche.

... e un'obliquità

Il diagramma di destra del grafico 5 mostra un'altra implicazione dei prezzi di mercato, ossia l'obliquità della curva di correlazione ("correlation skew"). Esso riporta la correlazione di base implicita nelle quotazioni di mercato rispetto al limite superiore di ciascuna tranche. Ad esempio, nel caso dell'indice CDX.NA.IG, la correlazione di base per l'intervallo 0–10% sarebbe definita come la correlazione che uguaglia il prezzo di questa tranche sintetica alla somma dei valori di mercato osservati per le tranche 0–3%, 3–7% e 7–10%. Dal punto di vista dell'acquirente della protezione, la correlazione di base può essere interpretata come la correlazione implicita in un contratto di

¹⁹ A volte le "index tranche" sono quotate in termini di correlazione implicita anziché di spread.

²⁰ Questo fenomeno ricorda il "volatility smile" concernente i prezzi di esercizio desunti dalle opzioni azionarie impiegando il modello Black-Scholes.



assicurazione che rifonde le perdite fino a un certo limite massimo. L'inclinazione positiva (od "obliqua") della curva indica che la correlazione temporale delle insolvenze insita nei prezzi di mercato aumenta al crescere del rango della tranche. Ciò rispecchia il fatto che gli spread sono elevati per le tranche senior, almeno in relazione al basso livello delle perdite attese stimate dal modello, e ricorda la relazione positiva fra premi al rischio e qualità creditizia osservata per le obbligazioni societarie²¹.

Vi sono varie spiegazioni possibili per i suddetti fenomeni²². La prima è che vi sia una segmentazione degli investitori riguardo alle varie tranche e che i singoli gruppi di investitori valutino in modo diverso le correlazioni. Ad esempio, la valutazione dei venditori di protezione su tranche "equity" (ad esempio, fondi speculativi) potrebbe discostarsi da quella dei venditori di protezione su tranche mediane (ad esempio, banche e intermediari mobiliari). Tuttavia, non vi sono ragioni convincenti per cui i diversi investitori debbano sistematicamente avere punti di vista diversi circa le correlazioni.

Una seconda spiegazione è che il "correlation smile" rispecchi l'incertezza degli operatori circa il modo migliore in cui modellizzare le correlazioni di rischio creditizio. Ciò comporterebbe che i prezzi delle tranche estreme – le più sensibili alle correlazioni – incorporino un premio per il "rischio modello". Ma se tale spiegazione può essere suffragata dal premio relativamente elevato sulle tranche senior, essa appare incompatibile con il premio relativamente basso richiesto sulle tranche "equity".

La concavità potrebbe rispecchiare la segmentazione del mercato ...

... l'incertezza sulle correlazioni di rischio creditizio ...

²¹ Per un'ulteriore trattazione in merito, cfr. Amato e Remolona (2004).

²² Cfr. anche Bernard et al. (2004).

... specifiche
condizioni di
domanda ...

Una terza spiegazione ipotizza che, nonostante la forte crescita registrata dal mercato delle "index tranche" lo scorso anno, i prezzi possano ancora risentire di locali condizioni di domanda. Ad esempio, la correlazione implicita nella tranche mediana potrebbe rispecchiare il forte interesse delle banche a vendere protezione in questo segmento. A sua volta, ciò può essere dovuto a un'impellente esigenza di copertura dal rischio creditizio avvertita dalle banche stesse in conseguenza del loro ruolo di "originator" di altre CDO, segnatamente a tranche unica.

... o l'impiego di
modelli diversi di
valutazione

La quarta spiegazione postula che, per determinare il prezzo, gli operatori possano di fatto utilizzare modelli diversi da quello basato sulla copula Gaussiana monofattoriale. È infatti possibile: 1) impiegare distribuzioni con code più "spesse" (ad esempio, quelle t di Student); 2) allentare il vincolo delle correlazioni appaiate costanti; 3) far dipendere le singole probabilità di insolvenza da fattori di rischio macroeconomico; 4) lasciar variare i tassi di recupero nel tempo, correlandoli ai tempi e alle probabilità di insolvenza²³. Per esempio, l'impatto sui prezzi prodotto dall'impiego di una distribuzione con code più "spesse", che implica un maggiore addensamento delle insolvenze, innalza i prezzi di equilibrio per le tranche senior e li riduce per quelle junior. Al contrario, una correlazione positiva fra perdite in caso di insolvenza e addensamento dei tempi di insolvenza diminuirebbe il prezzo delle tranche di rango più elevato per un dato livello di correlazione temporale. In questo caso, la correlazione implicita desunta dalle tranche senior (ipotizzato un tasso di recupero costante) risulterebbe distorta per eccesso. Ciò spiegherebbe anche il pricing della tranche "equity", poiché più elevati tassi di recupero in periodi di scarso addensamento temporale delle insolvenze accrescerebbero il valore di questa tranche.

In prospettiva

Affinché il mercato
delle "CDS index
tranche" maturi ...

Nonostante la sua rapida espansione, il mercato delle tranche di indici CDS presenta tuttora dimensioni relativamente modeste. Inoltre, pur avendo accresciuto le opportunità di diversificazione a un costo più basso per gli investitori, tali strumenti incorporano ancora un notevole grado di rischio specifico, essendo basati su non più di 125 nominativi in cinque settori diversi²⁴. Tuttavia, dato il continuo sviluppo del mercato, non è da escludere che il numero dei nominativi sottostanti aumenti, promuovendo così una maggiore diversificazione. Si può quindi presumere che in futuro le "index tranche" creino ulteriori margini per accrescere l'efficienza nella negoziazione delle correlazioni di rischio creditizio.

... occorre
accrescere la
diversificazione ...

²³ L'importanza di questi elementi per la modellizzazione del rischio di credito è stata trattata rispettivamente da Hull e White (2004), Gregory e Laurent (2004), Duffie e Singleton (2003), nonché Altman et al. (2004).

²⁴ Per una trattazione dell'importanza del rischio specifico nei portafogli creditizi, cfr. Amato e Remolona (2004).

Al fine di migliorare l'efficienza di mercato e limitare il rischio che le esposizioni si accumulino in modi non del tutto apprezzabili, è importante affinare ulteriormente la modellizzazione del rischio di credito. La sfida più ardua consiste nell'elaborare modelli che colgano in modo realistico le correlazioni di rischio creditizio (cfr. Duffie, 2004). Come rilevato in precedenza, finora la valutazione delle tranche di indici CDS si è basata principalmente sulla modellizzazione della correlazione temporale delle insolvenze. Per contro, l'attenzione riservata alle correlazioni fra probabilità di insolvenza e perdita in caso di insolvenza (ossia, alle correlazioni di spread creditizio) è stata minore. Indubbiamente, si stanno compiendo progressi nell'elaborare modelli più generali volti a cogliere un maggior numero di codipendenze²⁵. A titolo esemplificativo, taluni modelli già incorporano gli effetti di contagio, rilevando così l'impatto sul rischio creditizio prodotto da cali della liquidità complessiva del mercato, fallimenti di grandi imprese o sviluppi settoriali avversi²⁶. Fra i casi di importanti dissesti che hanno avuto ricadute sistemiche figurano quelli di Enron e di WorldCom; un recente esempio di evento sfavorevole a livello di settore è l'inchiesta ordinata dall'ufficio del Procuratore generale dello Stato di New York sulle prassi seguite dalle compagnie assicurative negli Stati Uniti. In prospettiva, operatori e organi preposti alla sorveglianza di tali mercati saranno chiamati a concepire modelli solidi in grado di cogliere anche questo tipo di eventi sistematici e sistemici.

... e migliorare la modellizzazione del rischio di credito ...

... così da cogliere un maggior numero di codipendenze

Riferimenti bibliografici

Altman, E. I., B. Brady, A. Resti e A. Sironi (2004): "The link between default and recovery rates: theory, empirical evidence and implications", *Journal of Business*, di prossima pubblicazione.

Amato, J. e E. Remolona (2004): *The pricing of unexpected credit losses*, Banca dei Regolamenti Internazionali, mimeo.

Anson, M., F. Fabozzi, M. Choudhry e R.-R. Chen (2003): *Credit derivatives: instruments, applications and pricing*, Wiley Finance.

Bernard, A., F. Pourmokhtar, B. Jacquard, D. Baum, L. Gibson, L. Andersen e J. Sidenius (2004): "The Bank of America guide to advanced correlation products", supplemento, rivista *Risk*, maggio.

Cherubini, U., E. Luciano e W. Vecchiato (2004): *Copula methods in finance*, Wiley, New York.

Collin-Dufresne, P., R. Goldstein e J. Helwege (2003): *Is credit event risk priced? Modeling contagion via the updating of beliefs*, Carnegie Mellon University, mimeo.

²⁵ Fra cui anche le correlazioni fra fattori di sconto e rischio di credito.

²⁶ Per un esame dei modelli teorici del contagio di rischio creditizio cfr. Davis e Lo (2001) e Collin-Dufresne et al. (2003). Schönbucher e Schubert (2001) mostrano come taluni tipi di copule meno specifici siano in grado di cogliere queste codipendenze generali.

- Comitato sul sistema finanziario globale (2005): *The role of ratings in structured finance: issues and implications*, Banca dei Regolamenti Internazionali, Basilea.
- Davis, M. e V. Lo (2001): "Infectious defaults", *Quantitative Finance*, 1, pagg. 382–387.
- Duffie, D. (2004): "Time to adapt copula methods for modelling credit risk correlation", rivista *Risk*, aprile, pag. 77.
- Duffie, D. e K. J. Singleton (2003): *Credit risk: pricing, measurement and management*, Princeton University Press.
- Gibson, M. (2004): "Understanding the risk of synthetic CDOs", *FEDS Discussion Papers*, n. 2004–36, Board of Governors of the Federal Reserve System.
- Gregory, J. e J-P. Laurent (2004): "In the core of correlation", rivista *Risk*, ottobre, pagg. 87–91.
- Hull, J. e A. White (2004): "Valuation of a CDO and an n-th-to-default CDS without Monte Carlo simulation", *Journal of Derivatives*, di prossima pubblicazione.
- International Swaps and Derivatives Association (2003): "ISDA Credit Derivatives Definitions", *Supplements and Commentaries*.
- Lando, D. (2004): *Credit risk modeling: theory and applications*, Princeton University Press.
- Li, D. (2000): "On default correlation: a copula function approach", *Journal of Fixed Income*, marzo, pagg. 43–54.
- Nelsen, R. (1999): "An introduction to copulas", *Lecture Notes in Statistics*, Springer, Berlino.
- O’Kane, D., M. Naldi, S. Ganapati, A. Berd, C. Pedersen, L. Schloegl e R. Mashal (2003): "The Lehman Brothers guide to exotic credit derivatives", supplemento, rivista *Risk*, novembre.
- O’Kane, D., C. Pedersen e S. Turnbull (2003): "The restructuring clause in credit default swap contracts", *Fixed income quantitative credit research*, Lehman Brothers, aprile.
- O’Kane, D. e S. Sen (2003): "Up-front credit default swaps", *Quantitative Credit Research Quarterly*, Lehman Brothers, terzo trimestre.
- Packer, F. e H. Zhu (2005): "Clausole contrattuali e prezzaggio dei CDS", *Rassegna trimestrale BRI*, marzo.
- Rebonato, R. (2002): *Modern pricing of interest-rate derivatives*, Princeton University Press.
- Schönbucher, P. e D. Schubert (2001): *Copula-dependent default risk in intensity models*, Dipartimento di statistica, Università di Bonn, mimeo.

